

La aportación de Glombowski y Krüger a la estabilidad y duración de los ciclos en un modelo de Goodwin

X.L. Outes Ruso

*Departamento de Fundamentos del Análisis Económico
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Vigo
Apartado 874 - 36200 Vigo*

La aportación de Glombowski y Krüger a la estabilidad y duración de los ciclos en un modelo de Goodwin

RESUMEN

En este trabajo se exponen las consecuencias que se derivan sobre la estabilidad y la duración de los ciclos después de haber modificado el modelo original de Goodwin. Glombowski y Krueger lo modifican con tres nuevas funciones, como resultado se obtiene un sistema cuyo núcleo está determinado por π (participación de los beneficios en la renta nacional) y v (nivel de empleo), con lo que se generan ciclos periódicos alrededor del equilibrio, cuando la tasa de utilización de la capacidad existente, Θ , y π se mueven en la misma dirección se obtienen oscilaciones amortiguadas, y adquieren un carácter explosivo cuando ambas, Θ , y π se mueven en direcciones opuestas. Por otra parte cuando se opera con un modelo de Goodwin simplificado, según Glombowski/Krueger, cuando no se tiene en cuenta la incidencia de la capacidad de producción no utilizada sobre las decisiones de inversión, se obtienen ciclos muy parecidos a los que se encuentran en el ciclo económico.

Glombowski and Krüger Modifications on the Stability and the Duration of the Economic Cycles in a Goodwin Model

ABSTRACT

In this work we present the consequences on the stability and the duration of the economic cycles, after introducing some modifications in a Goodwin model. Glombowski and Krueger have modified the original Goodwin model introducing three new functions. As result we obtain a new system which essence is determined by π (profit share in national income) and v (level of employment), which generate periodical cycles around the equilibrium point, when the utilization rate of existing capacity, Θ , and π are moving in the same direction we obtain damped oscillations, that acquire an explosive character when both, Θ , and π are moving in opposite directions.

On the other hand since the simplified model of Glombowski/Krueger doesn't take into account the incidence of the non utilised capacity of production over the investment decisions, we obtain similar cycles as we find in real economic life.

La aportación de Glombowski y Krüger a la estabilidad y duración de los ciclos en un modelo de Goodwin

1. INTRODUCCIÓN(*)

Uno de los supuestos más criticados del modelo de Goodwin es que no contempla la relación de interdependencia que existe entre la esfera de la producción y la de la reproducción. Glombowski modifica el modelo original con la finalidad de poder operar con ambos enfoques¹.

La existencia de capacidad no utilizada puede ser debida a un bajo nivel de la demanda, pues un nivel de producción bajo no tiene porque estar vinculado necesariamente a la escasez de factores de producción².

Aunque se puede operar con la hipótesis de la adaptación de la capacidad de producción, para analizar el papel de las inversiones en el ciclo coyuntural, también se puede recurrir a la tasa de beneficio como elemento determinante de las inversiones, como se hace en el marco del "profits-squeeze"³.

Si incluimos en el modelo de Goodwin el papel de la tasa de beneficio y su posible modificación, al mismo tiempo que la función de inversión incorpora elementos que provienen del lado de la demanda, se obtiene como resultado una

(*) Agradezco al British Council y al Vicerrectorado de la Universidad de Santiago la ayuda recibida en la realización de éste trabajo.

1. Véase J. Glombowski, 1979; J. Glombowski/M. Krüger, 1983; y de estos mismos autores (1986a) y (1986b).

2. "The neo-classical assumptions of market clearing and the determination of output by resources, no by effective demand, disastrously confused a whole generation of economists. However, once the region of full employment is reached, the Ricardo-Marx assumption becomes operative", (R.M. Goodwin, *The M-K-S System. The functioning and Evolution of Capitalism*, Paper no publicado).

3. "Indeed, the defining characteristic of a marxian theory of capitalist economic crisis may be identified as the focus on a falling rate of profit as the source of the crisis. Differences between alternatives variants of marxian crisis theory can be shown to hinge on different explanations of the fall in the rate of profit", T. Weiskopf, (1979), pag. 341.

variante del modelo original en el que no solo se considerarán los aspectos relacionados con la oferta, por medio de la influencia que ejerce una caída de la tasa de beneficio sobre las expectativas futuras, sino que además se operaría desde la esfera de la distribución, aspecto central en el modelo⁴.

2. LA AMPLIACIÓN DEL MODELO POR GLOMBOWSKI Y KRUGER

2.1. Glombowski y Krüger abordan la problemática que se deriva de asumir que la producción actual no coincide con la producción posible. El modelo modificado se compone de quince ecuaciones, tantas como variables, ocho de las cuales son ya conocidas por estar presentes en el modelo original⁵.

$$(2.1) \quad r = \Pi/K \quad (\text{tasa de beneficio})$$

$$(2.2.) \quad \pi = \Pi/Y \quad (\text{tasa de participación de los beneficios en la renta nacional})$$

$$(2.3.) \quad \theta = Y/Y^* \quad (\text{grado de utilización de la capacidad instalada})$$

$$(2.4) \quad v = L/N \quad (\text{nivel de empleo})$$

$$(2.5.) \quad s = S/Y \quad (\text{tasa de ahorro})$$

$$(2.6.) \quad y = Y/L \quad (\text{productividad del trabajo})$$

$$(2.7.) \quad g_k = \hat{K} \quad (\text{tasa de acumulación})$$

$$(2.8.) \quad \Pi = Y - wL \quad (\text{beneficios})$$

Las demás relaciones expresan supuestos de comportamiento⁶:

$$(2.9.) \quad Y^* = \sigma K \quad (Y^* = \text{output posible})$$

4. Véase: T. Weisskopf, 1979 y J. Robinson, An Essay on Marxian Economics, London 2a. Ed., 1969.

5. Véase: R.M. Goodwin, en: E.K. Hunt, J.G. Schwartz, 1972, pags. 442 y sgts.; J. Glombowski y M. Krüger, 1986a y 1986b, y Some Extensions of a Classical Growth Cycle Model, en: W. Semmler, 1986.

6. Donde: σ , γ , ϵ , n , a , b , τ , e , son parámetros que asumen valores positivos.

$$(2.10) \quad \dot{N} = n \quad (N = \text{oferta de trabajo, } n \text{ su tasa de crecimiento})$$

$$(2.11) \quad \dot{w} = -\gamma + \epsilon v \quad (w = \text{tasa de salarios reales})$$

$$(2.12) \quad \dot{y} = \alpha \quad (y = \text{productividad del trabajo})$$

$$(2.13) \quad s = a\pi^\tau \quad (\tau \neq 1)$$

$$(2.14) \quad g_k = br^\epsilon \quad (\epsilon \neq 1)$$

$$(2.15) \quad \dot{S} = K$$

Las expresiones (2.9)-(2.12), ya utilizadas por Goodwin en su modelo original, exigen una relación constante entre el capital y el output posible, una constancia de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo, una relación lineal entre el crecimiento del salario real y el nivel de empleo así como una constancia de la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo.

Las tres ecuaciones restantes, (2.13)-(2.15), representan la función de ahorro, de inversión y la relación de equilibrio entre el ahorro y la inversión.

La hipótesis de comportamiento expresada por la función de ahorro, $s = a\pi^\tau$, es una función de ahorro tipo Kaldor:

$$(2.16) \quad s = s_w + (s_\pi = s_w)\pi \quad ; \quad \text{para: } (0 < s_w < s_\pi < 1)$$

y por otra parte la tasa de acumulación:

$$(2.17) \quad g_k = \frac{I}{K} = br^\epsilon$$

es una función de inversión en la que la tasa de acumulación depende de la tasa de beneficio (r), y como tal se puede considerar una generalización de la función de inversión de Goodwin ($g_k = r$)⁷.

La expresión (2.15) representa la condición de equilibrio entre ahorro e inversión. Estas tres expresiones modifican el modelo original, y de ellas se

7. Una función de ahorro similar a la expuesta fue utilizada en por M. Kalecki, 1981, pag. 7.

puede deducir que dificultades en la realización no conducen a un exceso de producción o de demanda, sino que se reflejan solamente en variaciones del nivel de utilización de la capacidad de producción existente⁸.

La dependencia que muestran las tasas de ahorro e inversión respecto la distribución de la renta y la tasa de beneficio, se refleja en los valores que asumen las elasticidades τ e ϵ en las expresiones (2.13) y (2.14), y se excluye que tanto τ como ϵ sean iguales a la unidad, pues, si por ejemplo fuese $\epsilon = 1$, las inversiones serían proporcionales a los beneficios, y puesto que todos los ahorros se invierten, implicaría una constancia de la relación (Π/S) . Pero, a su vez, esta relación representa en el modelo una función de la tasa de participación de los beneficios (π), con lo cual también sería constante Π/Y , lo que evidentemente contradice la dinámica que surge del mercado de trabajo y según la cual Π/Y no puede ser constante ni estar previamente determinada. Argumentos semejantes recomiendan excluir valores para $\tau = 1$, pues de ser así, según (2.13), los ahorros serían proporcionales a los beneficios y de la condición de equilibrio ($S = K$) habría que afirmar lo mismo respecto a las inversiones.

"Moreover, the accumulation rate would become a constant proportion of the profit rate. But there is also a nonlinear investment function with the same variables g_k , r , so that both functions together would serve to determine a constant rate of profit and a constant rate of accumulation as well", de lo que se deduce que, en ese caso, la tasa de participación de los beneficios $\pi(-\Pi/Y)$, no ejercería ninguna influencia sobre la acumulación del capital y con lo cual desaparecería una característica fundamental del enfoque del "profits squeeze".

Para que la distribución de la renta permanezca constante, y poder así analizar las posibilidades dinámicas del sistema, es necesario pues que $\tau \neq 1$, $\epsilon \neq 1$, a no ser que se cumpliese: $\epsilon = \tau = a = b = 1$ pues en este caso volveríamos de nuevo al modelo original de Goodwin. Por otra parte, se excluyen los casos en los cuales una de las elasticidades (τ, ϵ) es < 1 y la otra > 1 , pues de lo contrario se daría la paradoja de que bajo esta combinación, π y r , se moverían cada una de ellas en una dirección distinta, con lo que entraríamos en conflicto con el planteamiento básico del "profits squeeze".

Este es el motivo por el cual Glombowski y Krüger operan con valores de ϵ y τ que sean inferiores o superiores a la unidad, pues en estos casos π y r se modifican en la misma dirección.

8. Véase: J. Glombowski, M. Krüger, 1983, pag. 45.

9. J. Glombowski, M. Krüger, 1983, pag. 50.

Glombowski y Krüger¹⁰ reducen el modelo a un sistema formado por un núcleo de dos ecuaciones diferenciales no lineales de π y v .

$$(2.18) \quad (1 - \hat{u}) = (\alpha + \gamma) - ev$$

o bien:

$$\dot{\pi} = (\alpha - \bar{w}) (1 - \pi) = (\alpha + \gamma - ev) (1 - \pi)$$

$$(2.19) \quad \dot{v} = (j - \tau) (\gamma + \alpha - ev) u / (1 - u) + i (1 - u) j - (\alpha + n)$$

o bien:

$$\dot{v} = (j - \tau) (\gamma + \alpha - ev) v (1 - \pi) / \pi + iv_j j - (\alpha + n) v$$

expresiones que representan las modificaciones de π y v respectivamente.

Las modificaciones de la tasa de beneficio (r) y el grado de utilización de la capacidad instalada se expresan por:

$$(2.20) \quad \hat{r} = [(1 - \tau) / (1 - \varepsilon)] (1 - \hat{u})$$

y

$$(2.21) \quad \theta = [(\varepsilon - \tau) / (1 - \varepsilon)] (1 - \hat{u})$$

En la expresión (2.20) se aprecia que para valores de $\tau > 1$ y $\varepsilon < 1$, o viceversa, $\pi (= \Pi/Y)$ y $r (= \Pi/K)$, se mueven en direcciones contrarias, es por ello por lo que Glombowski y Krüger excluyen estas combinaciones.

De las expresiones que representan el núcleo del modelo, (2.18) y (2.19), obtenemos como resultado un sistema en el cual se constatan ciclos periódicos alrededor del punto de equilibrio, siempre que se cumple que:

$$\frac{u^+}{1 - u^+} < \frac{4 j (\alpha + n)}{(\alpha + \gamma) (j - \pi)^2}$$

10. Véanse los Anexos 1 y 2.

Los valores de v y π en una situación de equilibrio están definidos por:¹¹

$$(v^*, \pi^*) = \left[\frac{1}{e} (\alpha + \gamma), \frac{1}{i} (\alpha + n) \right]^{1/j}$$

de lo que se deduce que para valores de $\alpha + \gamma > e$ tendríamos una situación donde $v < v^*$ que coincide con el supuesto de Marx sobre el ejército de reserva. Por otra parte, π^* es independiente del coeficiente de capital, en contraposición a la situación de equilibrio de Goodwin, y está determinado por los parámetros de las funciones de ahorro e inversión así como por las tasas α y n . Partiendo de (2.21) se puede analizar la dirección en la cual se mueven el grado de utilización θ y π ($= \Pi/Y$); para diferentes valores de ε y τ se obtienen los casos siguientes:

Caso A)

$$1 > \varepsilon > \tau > 0; \text{ o bien } \tau > \varepsilon > 1$$

en ambas combinaciones θ y π se mueven en la misma dirección, de lo que se deduce también que:

$$\hat{\tau} < \hat{\pi}$$

Caso B)

el grado de utilización θ es constante cuando

$$1 \neq \tau = \varepsilon > 0$$

Caso C)

para valores de:

$$1 > \tau > \varepsilon > 0$$

$$\varepsilon > \tau > 1$$

11. Los valores de i, j están expresados por: $i = b^{1/(1-\varepsilon)} a^{-\varepsilon/(1-\varepsilon)}$, $j = \varepsilon(1-\tau)/(1-\varepsilon)$

se observa que cuando θ cae se incrementa π ¹².

Veamos ahora las consecuencias que se derivan sobre los ciclos al asumir las posibles combinaciones existentes.

Cuando el grado de utilización de la capacidad y la tasa de participación de los beneficios (θ) y (π) se mueven en la misma dirección (caso A), tenemos una situación que podríamos definir como de oscilaciones amortiguadas, y éstas adquieren carácter explosivo cuando θ y π se mueven en direcciones diferentes (caso C). El caso B se caracteriza por generar ciclos cerrados. Analicemos el significado económico de los casos A y C (el caso B lo excluimos por insignificante al no generar situaciones cíclicas que es en principio lo que deseamos estudiar).

En el caso A, los ciclos amortiguados son la consecuencia de la relación existente entre $\hat{\theta}$ y $\hat{\pi}$.

La expresión:

$$(2.21) \quad \theta = [(\varepsilon - \tau) / (1 - \varepsilon)] (1 - \hat{u})$$

se puede expresar también por:

$$(2.24) \quad \theta = (j - \tau) \hat{\pi}$$

siendo en el caso A: $j - \tau > 0$ ¹³

12. "Will weaken, although not reverse, the positive impact of the profit share on the rate of profit", J. Glombowski, M. Krüger, 1983, pag. 52.

13. La expresión (2.21) se transforma en (2.24) al tener en cuenta que: $(\varepsilon - \tau)/(1 - \varepsilon) = j - \tau$

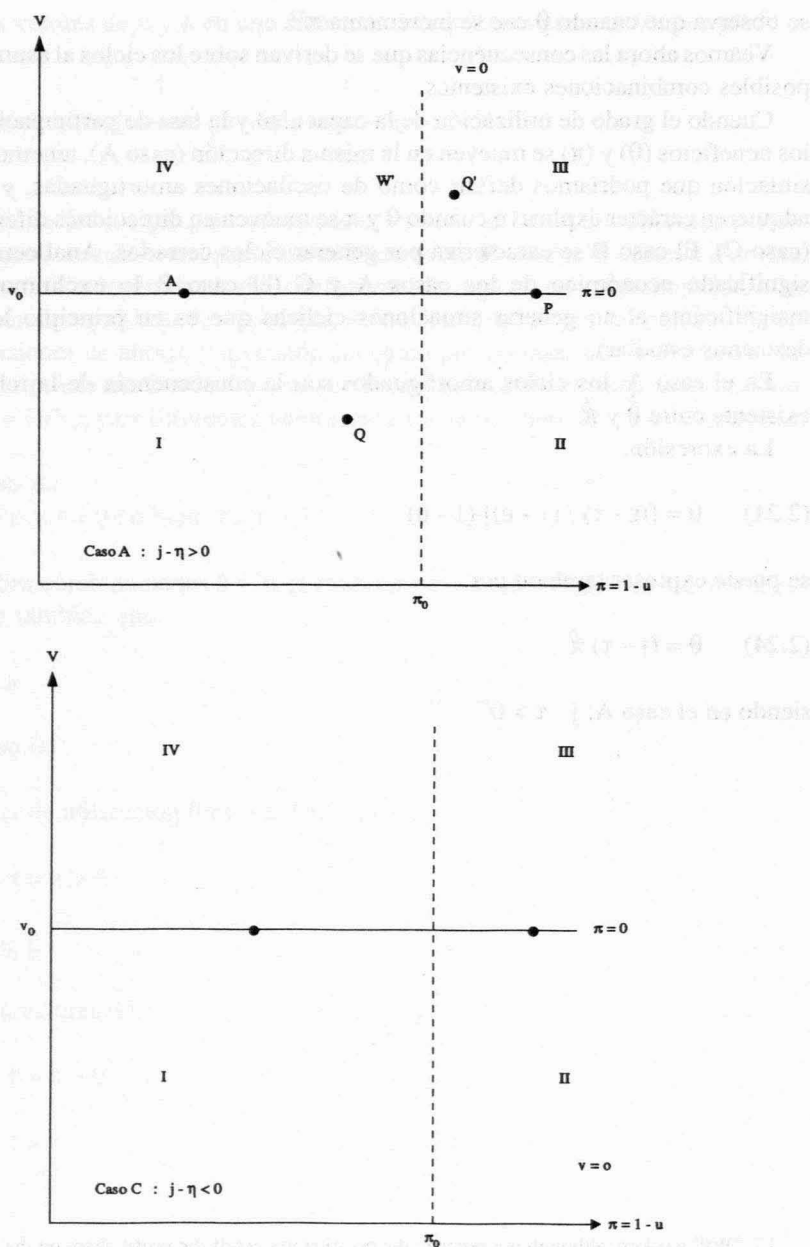


Figura 1

Tenemos así que en el caso A hay una relación positiva entre θ y π . Y un incremento de la participación de los beneficios provoca una reacción positiva en el nivel de utilización de la capacidad, es decir: $d\hat{\theta} / d\pi > 0$.

"In other words, the well known profit squeeze due to a falling profit share will be enforced by a falling capacity utilization"¹⁴.

Si en la graf. 1 partimos del punto Q, podemos exponer que un mayor grado de utilización de la capacidad tiene como consecuencia que por medio de π se generen las condiciones para una aceleración de la acumulación. A partir de Q, se observa que un incremento de π , disminución de u , provoca durante el período expansivo un mayor nivel de empleo y de la capacidad utilizada. Entre Q y P ambas magnitudes tienen tendencia ascendente, y después de P cae π ($= 1-u$), con lo que aumenta la representación de los salarios en la renta nacional, debido al efecto expansivo que sobre el mercado de trabajo ejerce el nivel de beneficios y la demanda. Entre P y Q' se observa pues una reducción de π al tiempo que v todavía expande. En Q' el nivel de empleo se reduce, lo que tiene lugar antes que en el modelo original de Goodwin. El período de recesión es más nítido a partir de Q', de modo que ambas magnitudes π y v se reducen.

En el cuadrante (II) se puede apreciar que un mayor nivel de empleo coincide con un incremento de la producción y parcialmente con incrementos salariales; es más, el mayor grado de utilización (v) contribuirá sin duda a un nivel superior de la tasa de beneficios y de la tasa de acumulación. En la zona (III), se constata el "efecto amortiguador", expresado en (2.24), pues, a pesar de que las tasas de crecimiento de π ya han alcanzado su máximo nivel e incluso empiezan a decrecer, v sigue subiendo, debido a que:

$$\hat{\theta} = (j - \tau) \hat{\pi}$$

Esta relación genera en el cuadrante (IV) una lenta modificación de v a pesar de que π se reduce ampliamente. Sin embargo el comportamiento es en el caso C bien diferente, oscilaciones explosivas, dado que aquí se cumple: $j - \tau > 0$ y

14. Véase: J. Glombowski, M. Krüger, 1983, pag. 61.

el comportamiento del nivel de utilización es completamente diferente al que hemos reseñado en A¹⁵.

2.2. El comportamiento inversor según Wolfstetter.

Wolfstetter modifica el modelo de Goodwin teniendo en cuenta el grado de utilización en las decisiones de los empresarios en lo que se refiere a las decisiones de inversión, pero con el inconveniente de que omite prácticamente el papel de r . Asume que los empresarios deciden adaptar su tasa de inversión, con los conocidos retrasos expresados por h , a lo que él define como tasa de inversión deseada K^d ,

$$(2.25) \quad \hat{K} = h(\hat{K}^d/\hat{K} - 1)$$

expresión según la cual la actual tasa de inversión está determinada por una tasa de beneficio (r) que se destina integramente a la inversión, es decir:

$$(2.26) \quad \hat{K} = (1 - u) \sigma^d \theta = r^{16}$$

donde σ^d es el nivel máximo, o el nivel deseado, de la productividad del capital.

La tasa de acumulación deseada K^d está expresada por:

15. "The relation between $\hat{\theta}$ and $\hat{\pi}$ in case (C) is such that the effects of shifts in the profit share on the rate of profit g_k will be weakened by adverse variations of $\hat{\theta}$, $d\hat{\theta}/d\hat{\pi} < 0$. The early upswing, characterized by a rising profit share, a rising rate of profit and a rising rate of accumulation – is less dynamic because the negative capacity utilization effect on the rate of profit will weaken this process. Thus the employment ratio will start to rise later, i.e. only after has passed its equilibrium value $n + \alpha$. On the other hand the working of $\hat{\theta}$ will weaken the profit squeeze effect, too. Thus a falling share of profit and a rising capacity utilization will –under the parameter restriction (C)– reduce the decline in the rate of profit and the rate of accumulation respectively (...) So far we have seen that profit share fluctuations are the principal determinant of the fluctuations of the rate of profit and the rate of accumulation. With respect to the turning points of fluctuating growth there is a deeply rooted disagreement between the (more or less) Keynesian and the (more or less) Marxist approach; that is to say, the Marxist view of the movement of the profit share as countercyclical (profit squeeze effect) seems to be incompatible with the Keynesian view of a procyclically moving profit share", J. Glombowski, M. Krüger, 1983, pag. 62-63.

16. Véase: E. Wolfstetter, 1977, pag. 171 y sgts.

$$\frac{dK^d}{dt} = (dY^e/dt)/\sigma^d - (K - Y/\sigma^d) = Y^e - (1 - \sigma/\sigma^d)K$$

$$(2.27) \quad \hat{K}^d = \hat{Y}^e + (\theta - 1)$$

e influida por el stock de capital adicional, necesario para garantizar una producción esperada (Y^e), una vez que se ha considerado la capacidad de producción existente no utilizada.

Por otra parte, la condición de equilibrio en el mercado de bienes exige que la previsible modificación de la tasa de inversiones \hat{K} tiene que ser igual a la variación de la oferta de bienes, y esto se consigue en la medida en que se modifica el grado de utilización de la capacidad θ .

$\hat{\theta}$ se obtiene diferenciando en la expresión (2.26),

$$(2.28) \quad \hat{\theta} = \hat{K} - (1 - \hat{u}) = \hat{K} + u / (1 - u) \hat{u}$$

y la expresión definitiva para q se obtiene al considerar las expresiones (2.25), (2.26) y (2.27) en ésta última expresión:

$$(2.29) \quad \theta = \frac{h (\hat{Y}^e + (\theta - 1))}{((1 - u)\sigma^d\theta) - 1} + \frac{u}{(1 - u) \hat{u}}$$

expresión que en nuestra opinión tiene un alto contenido tautológico, pues se aprecia que la modificación del grado de utilización de la capacidad existente depende de esta misma magnitud. Wolfstetter opera con el supuesto: $\hat{K} = \hat{Y}^e = g_n$, lo que evidentemente puede cuestionarse pues las modificaciones de Y a corto plazo no tienen que coincidir con los incrementos de N . También v , el nivel de empleo está directamente influido por el grado de utilización (θ).

$$\hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{Y} - \alpha - \hat{N} = \hat{\theta} + \hat{K} - \alpha - \hat{N} = \hat{\theta} + \theta\sigma^d (1 - u) - \alpha - n$$

y la tasa salarial se modifica como en los demás modelos,

$$\hat{u} = \hat{w} - \alpha = -\gamma + e v - \alpha$$

Wolfstetter parte de la existencia de movimientos de precios endógenos ("mark up inflation"), no obstante ésto no tiene influencia alguna sobre el

"steady state", el cual coincide con el del modelo original de Goodwin, pues en "steady state" se utiliza toda la capacidad instalada. Las modificaciones introducidas tienen como resultado un modelo que genera ciclos, y está caracterizado por un alto nivel de inestabilidad, aún en el caso de que la adaptación a las expectativas inflacionarias tenga lugar inmediatamente e independientemente de si existe ilusión monetaria o no. En su interpretación se aprecia que un incremento de $\pi (= 1 - u)$ provoca una reducción de θ , véase igualdad 2.28. Sin embargo, en el modelo de Glombowski-Krüger, movimientos contrarios de $\hat{\pi}$ y $\hat{\theta}$ ejercen una acción desestabilizadora de modo que el crecimiento de la demanda de trabajo se reprime, por lo que puede deducirse que en el modelo de Wolfstetter el resultado ofrece características similares.

3. LA AMPLIACIÓN DEL MODELO MODIFICADO DE GLOMBOWSKI/KRÜGER CON EL GRADO DE UTILIZACIÓN

3.1. En el modelo original todos los ahorros se invierten, y la problemática surge cuando se invierte menos de lo que se ahorra, con el resultado de que se incrementan los stocks. Se supone que los empresarios no pueden adaptar su producción (Y) inmediatamente a la demanda ($I+C$), es decir,

$$(3.1) \quad dY/dt = h_1 (I + C - Y)^{17}$$

donde h_1 es un coeficiente que expresa la velocidad de adaptación; la renta de asalariados y propietarios es igual al valor de la producción,

$$(3.2) \quad Y = wL + \Pi$$

Si la producción es mayor que la demanda se incrementan los stocks (F), ($dF/dt > 0$), de modo que

$$(3.3) \quad Y = I + C + dF/dt$$

17. Véase: F. van der Ploeg, 1984a, pag. 275; J. Glombowski, M. Krüger, 1986b, pag. 129 y sgts. Van der Ploeg denomina a esta igualdad "supply response equation" y Goodwin "multiplicador dinámico", R.M. Goodwin, Swinging along the autostrada, en: W. Semmler, 1986, pag. 129.

Por el contrario en el caso de que la demanda fuese mayor que la producción, la diferencia tendría que ser satisfecha por medio de una reducción de los stocks ($dF/dt < 0$), lo que evidentemente exige para su cumplimiento que $F > 0$, y de lo que se deduce que la producción sólo puede seguir incrementándose si es que existe una cierta presión sobre los stocks, de modo que éstos se eliminen paulatinamente ($dY/dt > 0$), siempre que $dF/dt < 0$. Es obvio que una situación así no puede mantenerse eternamente, pues en algún momento los stocks desaparecen. Sin embargo, una situación de steady state se caracteriza por un incremento continuo de la producción ($g_y = g_n$) y por otra parte no ha lugar a modificaciones de los stocks ($dF/dt = 0$), por lo que nos podemos preguntar cómo es que se incrementa la producción en una situación de steady state. Ninguno de los autores, ni van der Ploeg, ni el tandem Glombowski/Krüger, abordan ésta problemática que en nuestra opinión cuestiona la existencia misma del steady state. Sin embargo los autores citados, en sus modelos operan con una solución en steady state, pues las variables que determinan la situación de equilibrio son fundamentalmente $u (= wL/Y)$ y el nivel de empleo v ¹⁸.

3.2. El modelo modificado de Glombowski/Krüger.

Glombowski/Krüger¹⁹ modifican los supuestos de su modelo, véase el apartado 2 de este trabajo, con la influencia que ejerce el grado utilización de la capacidad existente sobre las inversiones, y para ello suponen que una parte proporcional de los beneficios (ε_1) se destina a la inversión:

$$(3.4) \quad I = \varepsilon_1 (1 - u) Y$$

Un incremento del nivel de utilización se expresa por una mayor tasa de acumulación, aspecto que se puede expresar al dividir la anterior expresión por K ,

$$(3.5) \quad \hat{K} = \varepsilon_1 (1 - u) \sigma = \varepsilon_1 \tau$$

18. Si las inversiones fuesen independientes de los ahorros, los empresarios pueden llevar adelante sus planes de inversión sin tener que adaptar la tasa de inversión actual a la deseada. Este comportamiento coincide con el que opera Wolfstetter, véanse las expresiones (2.25)-(2.27).

19. Véase: J. Glombowski, M. Krüger, 1986a, pag. 3 y 1986b, pag. 2 y sgts.

Sin embargo, no hacen uso de la tasa de inversión para determinar el núcleo del sistema, es por ello por lo que el grado de utilización de la capacidad instalada no ejerce influencia alguna sobre el dinamismo del sistema sino que es el resultado de una adaptación paulatina de la oferta a la demanda. Esto tiene inconvenientes para el funcionamiento del modelo, pues de este modo se omite la influencia negativa de la capacidad no utilizada sobre la decisión de invertir. Este es sin duda un precio demasiado alto que pagan los autores para poder obtener un modelo de Goodwin modificado que reproduzca de modo adecuado las oscilaciones cíclicas²⁰.

Además de la expresión (3.4), se opera con una función de ahorro tipo Kaldor,

$$(3.6) \quad s = s_{\pi} + (s_w - s_{\pi}) u$$

una curva de Phillips real

$$(3.7) \quad \hat{w} = -\gamma + e v$$

y el multiplicador dinámico (3.1),

$$dY/dt = h_1 (I + C - Y)$$

Al igual que en otros modelos tipo Goodwin elaborados por estos autores, exponen el dinamismo del sistema por medio de un núcleo formado en torno a los valores que adquieren v y u en equilibrio²¹.

La modificación de la productividad del capital está determinada por la tasa de participación salarial en la renta nacional (u), pero, por otra parte, no tiene influencia alguna sobre el "núcleo" del sistema. Tenemos pues que:

20. "We introduce an adjustment process of production with respect to excess demand into Goodwin's model, thereby modifying other equations of his model too. Reducing the model to a system of three variables, i.e. the employment rate yields a decomposable structure of the set of equations. Therefore the dynamic properties can be examined in a very simple way. The model exhibits solution paths which are known from the two dimensional Goodwin case, but in our variant the capital output varies cyclically", J. Glombowski, M. Krüger, 1986b, pag. 1.

21. Ibid., pag. 3/4, y de los mismos autores: 1983, pag. 42 y sgts.

$$(3.8) \quad \hat{u} = -(\gamma + \alpha) + e v^{22}$$

y la expresión

$$\hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{Y} - \alpha - n$$

la podemos modificar teniendo en cuenta las expresiones (3.1), (3.4) y (3.6), de modo que:

$$(3.9) \quad \begin{aligned} \hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{Y} - \alpha - n &= h_1 (\varepsilon_1 (1 - u) - s_\pi - (s_w - s_\pi) u) - \alpha = \\ &= h_1 (d (1 - u) - s_w) - (\alpha + n) \end{aligned}$$

donde: $d = \varepsilon_1 - (s_\pi - s_w)$

Análogamente procedemos con la expresión que nos indica el desarrollo de la productividad del capital,

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \hat{\sigma} = \hat{Y} - \hat{K} &= h_1 (\varepsilon_1 (1 - u) - s_\pi - (s_w - s_\pi) u) - \varepsilon_1 (1 - u) \sigma = \\ &= h_1 (d (1 - u) - s_w) - \varepsilon_1 (1 - u) \sigma \end{aligned}$$

22. Esta expresión se obtiene teniendo en cuenta que el modelo original asume que u , para un salario real ($w=\lambda/P$), relaciona el salario real y la productividad del trabajo (y),

$$u = wL/Y = \lambda L/PY = \lambda/P \cdot L/Y = w/y$$

expresión de la que obtenemos:

$$\hat{u} = \hat{w} - \hat{y} = \hat{w} - \alpha \quad (a)$$

Si en esta expresión (a), tenemos en cuenta que en la proximidad del pleno empleo los salarios reales crecen, al operar con una curva de Phillips lineal expresada en términos reales, la relación entre la modificación de los salarios y el nivel de empleo se puede expresar por:

$$(b) \quad \hat{w} = -\gamma + e v ; \text{ siendo: } \gamma, e, \text{ constantes y } \gamma > 0.$$

Y teniendo en cuenta (b) en (a), se obtiene:

$$\hat{u} = -(\gamma + \alpha) + e v$$

y para que v no adquiriera valores negativos debe cumplirse la condición:

$$d = \varepsilon_1 - (s_\pi - s_w) > 0$$

Y en una situación de steady state se obtienen para v^+ , u^+ , σ^+ , los valores siguientes:

$$(3.11) \quad v^+ = (\alpha + \gamma) / e$$

$$(3.12) \quad u^+ = 1 - (s_w + (\alpha + n) / h_1) / d$$

$$(3.13) \quad \sigma^+ = (h_1 d (1 - u) - h_1 - s_w) / \varepsilon_1 (1 - u) = (\alpha + n) d / \\ / [\varepsilon_1 (s_w + (\alpha + n) / h_1)]$$

La existencia de u^+ exige que:

$$s_w + (\alpha + n) / h_1 < d$$

Si nos detenemos en la expresión (3.9) se observa que por las modificaciones introducidas, Glombowski y Krüger fijan directamente las variaciones de la producción que, ahora, son independientes de la productividad y del stock de capital, mientras que éstas, en el modelo original de Goodwin determinaban el crecimiento del output y de la capacidad de producción.

El incremento de la demanda en el mercado origina un deficit de fuerza de trabajo, de modo que u tiende a crecer, hasta que finalmente se reduce el crecimiento de la tasa de inversión y a consecuencia de lo cual cae la demanda. De lo que se deduce que no se pueden superar los límites impuestos por la capacidad de producción, aspecto éste que se plasma en las oscilaciones cíclicas de la productividad del capital (véase la expresión 3.10), oscilaciones que son el resultado de las modificaciones que experimenta la distribución de la renta.

Que la expresión (3.9) conserve la forma característica de un sistema del tipo Lotka-Volterra, se debe a que las modificaciones del output (Y) son únicamente una función de π ($= 1 - u$) o de la tasa de participación de los salarios en la renta nacional, pues ésta según (3.1) determina la tasa de consumo y de la acumulación. Esto tiene una importancia significativa, pues le concede unas características especiales al modelo, al reducir significativamente la duración de los

ciclos²³. Un aspecto a tener en cuenta pues mientras que Atkinson afirma que "the model (el original de Goodwin, O.R.), as it stands may be better suited to explaining the 16-22 year Kuznets cycle than the post war trade cycle"²⁴, Glombowski y Krüger afirman que: "our conclusion is stated somewhat differently: we would argue that the Goodwin model, appropriately modified, cannot be rejected as a explanation of the trade cycle on the reason that it implies unrealistically long periods (...) It is interesting to note that Joan Robinson, in her critical assesment of Marx's theory, rejected the same concept of a cycle that Goodwin apparently found in Marx as being too long for trade cycle. Instead she stressed the value of Marx's remarks on realization problems for the trade cycle. However, those concepts do not seem to contradict or to exclude each other"²⁵.

CONCLUSIONES

La simplificación del modelo por parte de Glombowski/Krüger adquiere especial relevancia pues debido a ello, el modelo original fue ampliado con las necesarias consideraciones para analizar la influencia de la demanda, sin que se hubiesen modificado en absoluto las condiciones objetivas para que las oscilaciones cíclicas vuelvan una y otra vez. Al modelo modificado se le puede criticar el supuesto según el cual los empresarios operan con un valor constante de la parte de los beneficios que se destina a la inversión, lo que le confiere un bajo nivel de flexibilidad y aparentemente nos aleja de la realidad. Aunque inicialmente podría interpretarse como un aspecto negativo la exclusión de la influencia que ejerce la capacidad de producción no utilizada sobre las decisiones de inversión, se obtiene finalmente que a pesar de ello el modelo se simplifica y además reproduce fielmente la duración de los ciclos. Lo que se puede interpretar como una demostración sencilla de lo acertada que era la crítica de J. Robinson cuando afirmaba que, al considerar en el modelo los aspectos relacionados con la demanda, se generarían unas oscilaciones con una duración similar a la del ciclo económico.

23. Véase: J. Glombowski, M. Krüger, 1986b, pag. 7.

Los valores se obtienen haciendo uso de la expresión: $T = 2\pi/(v^+ u^+ e h_1 d)^{1/2}$. Véase: J. Glombowski, M. Krüger, ibid. pag. 5. Según los valores que asuman ϵ_1 y h_1 la duración se sitúa entre 2,7 y 9,3 años.

24. A.B. Atkinson, The Timescale of Economic Models: How Long is the Long Run?, en: Review of Economic Studies, Vol. 36, 1969, pag. 151.

25. J. Glombowski, M. Krüger, 1986b, pag. 8 y 9.

ANEXO I

Las expresiones (2.18) y (2.19) se obtienen del siguiente modo:

De (2.2), (2.6) y (2.8) obtenemos:

$$\pi = \frac{\Pi}{Y} = \frac{Y - wL}{Y} = 1 - w \frac{L}{Y} = 1 - (w/y)$$

derivando esta última expresión respecto al tiempo, obtenemos:

$$\dot{\pi} = (\alpha - \hat{w}) (1 - \pi)$$

si en esta expresión tenemos en cuenta la relación lineal expresada por (2.11), tenemos:

$$(2.18) \quad \dot{\pi} = (\alpha + \gamma - ev) (1 - \pi), \text{ o bien}$$

$$(1 - \hat{u}) = (\alpha + \gamma) - ev$$

ANEXO 2

La obtención de v es más trabajosa.

De las definiciones:

$$v = L/N$$

$$y = Y/L$$

obtenemos:

$$(A.1) \quad v = \frac{Y}{y N}$$

y de las igualdades:

$$\theta = Y/Y^k$$

$$Y^k = \sigma K$$

escribimos:

$$(A.2) \quad Y = \theta Y^k = \sigma \theta K$$

introduciendo (A.2) en (A.1)

$$(A.3) \quad v = \frac{\sigma \theta K}{y N}$$

Si representamos a (A.3) en forma de tasas de crecimiento:

$$(A.4) \quad \hat{v} = \hat{\theta} + \hat{K} - \hat{y} - \hat{N}$$

Considerando en (A.4) las expresiones (2.7), (2.10) y (2.12) se obtiene:

$$(A.5) \quad v = \theta + g_k - (\alpha + n)$$

Las condiciones de equilibrio entre ahorro e inversión se pueden exponer teniendo en cuenta (2.15),

$$(A.6) \quad s Y = g_k K$$

introduciendo en (A.6) el valor correspondiente para Y en (A.2), resulta:

$$(A.7) \quad \theta = \frac{g_k}{\sigma s}$$

A su vez, la tasa de beneficio (r) se puede representar utilizando la tasa de participación de los beneficios (= Π/Y), el grado de utilización de la capacidad instalada (= Y/Y^k) y la relación de tipo técnico entre el output potencial y el stock de capital (= Y^k/K), es decir:

$$(A.8) \quad r = \pi \sigma \theta$$

Las cuatro ecuaciones:

$$(2.13) \quad s = a \pi^{\tau}$$

$$(2.14) \quad g_k = b r^{\epsilon}$$

$$(A.7) \quad \theta = \frac{g_k}{\sigma s}$$

$$(A.8) \quad r = \pi \theta \sigma$$

se utilizan para expresar las variables s , r , θ , g_k como funciones de la tasa de participación de los beneficios en la renta nacional (π), de modo que:

$$(A.9) \quad s = a \pi^{\tau}$$

$$(A.10) \quad \theta = b^{1/(1-\epsilon)} a^{-1/(1-\epsilon)} \sigma^{-1} \pi^{(\epsilon-\pi)/(1-\epsilon)}$$

$$(A.11) \quad r = b^{1/(1-\epsilon)} a^{-1/(1-\epsilon)} \pi^{(1-\tau)/(1-\epsilon)}$$

$$(A.12) \quad g_k = b^{1/(1-\epsilon)} a^{-\epsilon/(1-\epsilon)} \pi^{(1-\tau)/(1-\epsilon)}$$

De modo análogo se hace uso de las expresiones (2.13), (2.14), (A.7) y (A.8) para obtener las tasas de crecimiento de estas mismas variables.

$$\hat{s} = \tau \hat{\pi}$$

$$\hat{\theta} = g_k - \hat{s}$$

$$(A.13)$$

$$\hat{r} = \hat{\pi} + \hat{\theta}$$

$$g_k = \epsilon \hat{r}$$

igualdades a partir de las cuales obtenemos:

$$(A.14) \quad \theta = [(\varepsilon - \tau)/(1-\varepsilon)]\hat{\pi}$$

si denominamos con:

$$(A.15) \quad i = b^{1/(1-\varepsilon)} a^{-\varepsilon/(1-\varepsilon)}$$

$$j = \varepsilon(1-\tau)/(1-\varepsilon)$$

y teniendo en cuenta que:

$$\frac{(\varepsilon - \tau)}{(1 - \varepsilon)} = (j - \tau)$$

La expresión (A.14) se simplifica:

$$(A.16) \quad \theta = (j - \tau)\hat{\pi}$$

y haciendo uso de lo expresado en (A.15) escribimos para g_k en lugar de (A.12)

$$(A.17) \quad g_k = i\pi^j$$

y teniendo en cuenta estas dos últimas igualdades (A.16) y (A.17), reescribimos (A.4), de modo que:

$$(A.18) \quad \hat{v} = (j - \tau)\hat{\pi} - i\pi^j - (\alpha + n)$$

Y teniendo en cuenta el valor de $\hat{\pi}$ en la expresión (2.18), escribimos para v ,

$$(2.19) \quad \dot{v} = (j - \tau) (\gamma + \alpha - ev) v (1-\pi)/\pi + iv\pi^j - (\alpha + n) v$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- F. CUGNO, L. MONTRUCHIO (1982). *Cyclical Growth and Inflation: A Qualitative Approach to Goodwin's Model with Money Prices*, en: *Economic Notes* No. 3, pages. 93-103.
- M. DESAI (1973). *Growth Cycles and Inflation in a Model of Class Struggle*, en: *Journal of Economic Theory*, 6, 1973, pages. 527-545.
- M. DESAI, A. SHAH (1981). *Growth Cycles with Induced Technical Change*, en: *Economic Journal*, Vol. 11, pages. 1006-1010.
- C.N. FEINSTEIN (Ed.) (1967). *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, Cambridge.
- P. FLASCHEL (1984). *Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle. A Critical Elaboration*, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 44, pages. 63-69.
- M. FUNKE (1985). *Wachstumszyklen und funktionelle Einkommensverteilung*, München Campus Verlag, 1985.
- J. GLOMBOWSKI (1979). *Einüberakkumulationstheoretisches Modell zyklischen Wachstums mit variabler Kapazitätsauslastung*, en: *Das Argument*, AS 35, 1979, pages. 135-148.
- J. GLOMBOWSKI, M. KRÜGER (1986a). *Generalizations of Goodwin's Model*, en: *Osnabrücker Sozialwissenschaftliche Manuskripte*, Nr. 3.
- (1986b). *A Short Period Growth Cycle*, *Osnabrücker Sozialwissenschaftliche Manuskripte*, Nr. 8.
- (1983). *On the Role of the Distribution in Different Theories of Cyclical Growth*, Research Memorandum. Universidad de Tilburg.
- R.M. GOODWIN (1982). *A Growth Cycle*, en: E.K. Hunt, J.G. Schwartz, 1972.
- (1983). *A Note on Wages, Profits and Fluctuating Growth Rates*, en: *Cambridge Journal of Economics*, 7, pages. 305-309.
- (1983). *Trade Cycle Theory Fifty Years After le Corbeiller and Frisch: Reminiscences and Prospects*. Working Paper, Florencia.
- *Swinging along the Autstrada*, en: W. Semmler, 1986.
- *The Economy as an Evolutionary Pulsator*, en: T. Vasko, (Ed.), *The Long Wave Debate*, Berlin 9Springer Verlag) 1987.
- E.K. HUNT, J.G. SCHWARTZ (1982 Eds.). *A Critique of Economic Theory*, Harmondsworth (Penguin Books).
- M. JARSULIC (1986). *Growth Cycles in a Classical Keynesian Model*, en: W. Semmler, 1986.
- M. KALECKI (1971). *The Struggle and the Distribution of National Income*, en: *Kyklos*, Vol. 24.
- M. KRÜGER (1982). *Aspekte einer Theorie zyklischer Kapitalakkumulation*, Frankfurt a/M (Campus Verlag).
- V. VAN DER PLOEG (1983). *Economic Growth and Conflict over the Distribution of Income*, en: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 6, (3), pages. 253-279.
- (1984a). *Macro-Dynamic Theories of Economic Growth and Fluctuations*, en: F. van

- der Ploeg (Ed.) *Mathematical Methods in Economics*, Wiley and Sons, London, pags. 249-285.
- (1984b). *Implications of Worker's Savings for Economic Growth and the Class Struggle*, en: R.M. Goodwin et. al., *Nonlinear Models of Fluctuating Growth*. An International Symposium, Berlin (Springer Verlag).
- (1985). *Classical Growth Cycles*, en: *Metroeconomica*, 32, 3, June.
- M.T. POHJOLA (1979a). *Trade Unions, Income Policies, and Cyclical Growth*. Research Paper, No. 10, University of Cambridge.
- (1979b). *Wages, Prices and the Stability of Class Struggle*. Research Paper No. 12, University of Cambridge.
- (1981). *Stable, Cyclic and Chaotic Growth: The Dynamics of a Discrete Time Version of Goodwin's Growth Model*, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 41, 1/2, pags. 31-38.
- Y. SATO (1985). *Marx-Goodwin Growth Cycles in a Two-Sector Economy*, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 45, 1, pags. 21-34.
- C. SAPHIRO, J.E. STIGLITZ (1984). *Equilibrium Unemployment as a Workers' Discipline Device*, en: *American Economic Review*, 74, 3, June.
- W. SEMMLER (Ed.) (1986). *Competition, Instability, and Nonlinear Cycles*, Berlin (Springer Verlag) 1986.
- R.M. SOLOW, J.E. STIGLITZ (1968). *Output, Employment and Wages in the Short Run*, en: *Quarterly Journal of Economics*, 82, pags. 537-560.
- K. VELUPILLAI (1979). *Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle*, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 35, 3/4, pags. 245-257.
- (1983). *A Neo-Cambridge Model of Income Distribution and Unemployment*, en: *Journal of Post Keynesian Economics*, Spring.
- H.J. VOSGERAU (1983). *Goodwins Wachstumszyklen der Beschäftigung und Verteilung*, en: H. Enke, *Struktur und Dynamik der Wirtschaft*, Freiburg.
- T. WEISSKOPF (1979). *Marxian Crisis Theory and the Rate of Profit in the postwar US Economy*, en: *Cambridge Journal of Economics*, 3, December, pags. 341-378.
- A. WÖRGÖTTER (1986). *Who's Who in Goodwin's Growth Cycle*, en: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 201, 3.
- E. WOLFSTETTER (1977). *Wert, Profitrate und Beschäftigung*, Frankfurt a/M, (Campus Verlag).